

Zadatak br. 1

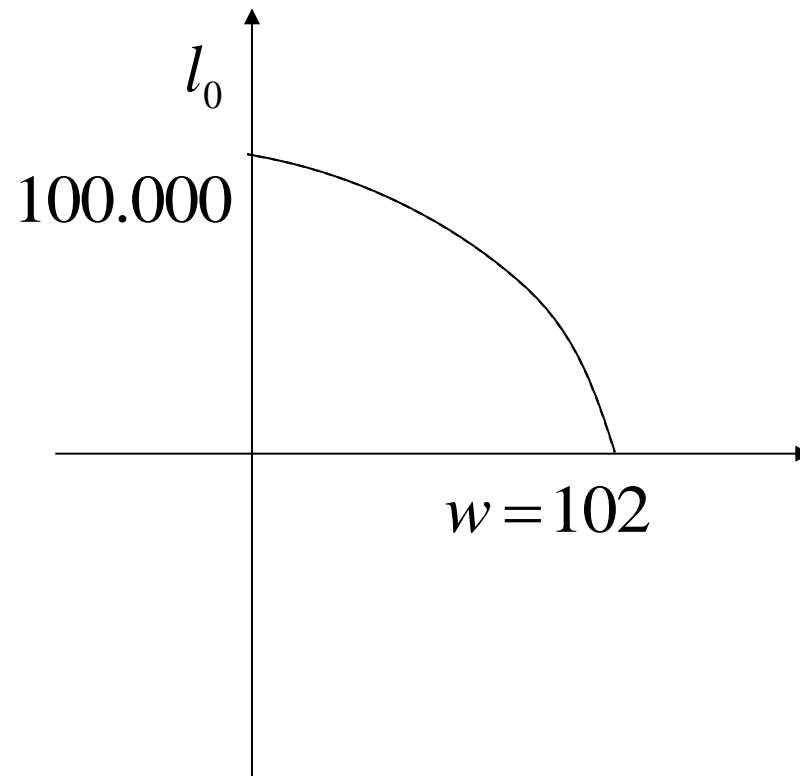
Data je funkcija doživljenja

$$l_x = 100.000 \cdot \sqrt{1 - \frac{x}{102}}$$

Izračunati jednokratnu premiju koju treba da uplati osoba stara 48 godina da bi osigurala odloženu (10 godina) privremenu (3 godine) anticipativnu ličnu rentu u iznosu od 4.000€. Kamatna stopa je 6%.

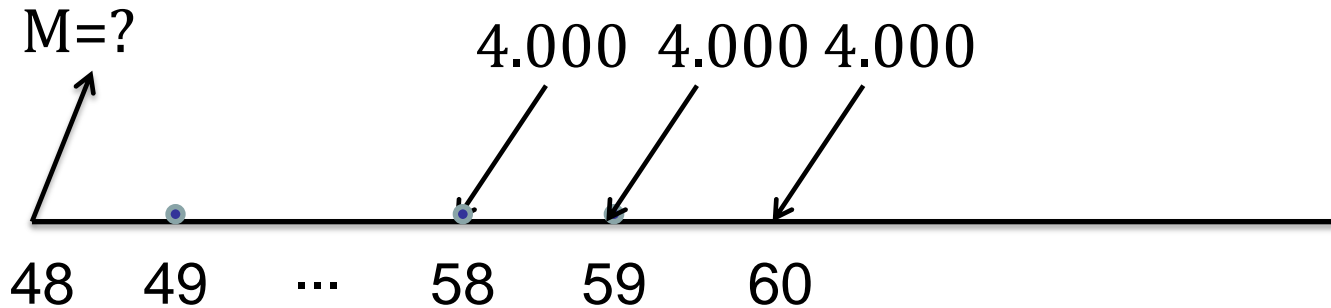
Zadatak br. 1

$$l_x = 100.000 \cdot \sqrt{1 - \frac{x}{102}}$$



Zadatak br. 1

Riječ je o osiguranju odložene (10 godina) privremene (3 godine) anticipativne lične rente.



$$M = \frac{R}{q^{10}} \cdot \frac{l_{58}}{l_{48}} + \frac{R}{q^{11}} \cdot \frac{l_{59}}{l_{48}} + \frac{R}{q^{12}} \cdot \frac{l_{60}}{l_{48}}$$

$$l_{48} = 100.000 \sqrt{1 - \frac{48}{102}} = 72.760,687$$

$$l_{58} = 100.000 \sqrt{1 - \frac{58}{102}} = 65.678,957$$

Zadatak br. 1

$$l_{59} = 100.000 \sqrt{1 - \frac{59}{102}} = 64.928,316$$

$$l_{60} = 100.000 \sqrt{1 - \frac{60}{102}} = 64.168,894$$

$$M = \frac{4.000}{1,06^{10}} \cdot \frac{65.678,957}{72.760,687} + \frac{4.000}{1,06^{11}} \cdot \frac{64.928,316}{72.760,687} + \frac{4.000}{1,06^{12}} \cdot \frac{64.168,894}{72.760,687}$$

$$M = 5.649,65$$

Osiguranje kapitala

1. Osiguranje za slučaj doživljenja

$$B_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \quad M = K \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

2. Osiguranje za slučaj smrti

2.1. Doživotno osiguranje kapitala za slučaj smrti

$$A_x = \frac{M_x}{D_x} \quad M = K \cdot \frac{M_x}{D_x}$$

2.2. Odloženo (m godina) doživotno osiguranje za slučaj smrti

$${}_m A_x = \frac{M_{x+m}}{D_x} \quad M = K \cdot \frac{M_{x+m}}{D_x}$$

Osiguranje kapitala

2. Osiguranje za slučaj smrti

2.3. Neposredno privremeno (n godina) osiguranje kapitala za slučaj smrti

$$A_{x,n} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \quad M = K \cdot \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

2.4. Odloženo (m godina) privremeno (n godina) osiguranje kapitala za slučaj smrti

$${}_m A_{x,n} = \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x} \quad M = K \cdot \frac{M_{x+m} - M_{x+m+n}}{D_x}$$

Osiguranje kapitala

3. Mješovito osiguranja kapitala

3.1. Mješovito osiguranje kapitala sa jednom isplatom

$$\bar{A}_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} + \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

3.2. Mješovito osiguranje kapitala sa dvije isplate

$$A'_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} + \frac{M_x}{D_x}$$

Zadatak br. 2

Osoba stara 30 godina je osigurala 500.000€ da se isplati nasljednicima poslije smrti ako on umre poslije 10 godina od dana osiguranja. Naći mizu.

Rješenje:

$$x=30$$

$$K=500.000$$

$$M=?$$

Riječ je o odloženom (10 godina) doživotnom osiguranju kapitala za slučaj smrti.

$$M = K \cdot \frac{M_{40}}{D_{30}} = 500.000 \cdot \frac{2.755,748}{18.765,87} = 73.424,46$$

Zadatak br. 3

a) Lice staro 35 godina osiguralo je 100.000€ po mješovitom osiguranju sa jednom isplatom i sa 25-togodišnjim trajanjem i godišnjim (privremenim) plaćanjem premija. Odrediti godišnju privremenu premiju kod ovog modela osiguranja.

b) Naći mizu ukoliko umjesto godišnjeg plaćanja premija imamo jednokratnu premiju.

Zadatak br. 3

Rješenje:

a) $x=35$

$$K=100.000$$

$$n=25$$

Riječ je o mješovitom osiguranju kapitala sa jednom isplatom!

$$P \cdot \frac{N_{35} - N_{60}}{D_{35}} = K \cdot \left(\frac{D_{60}}{D_{35}} + \frac{M_{35} - M_{60}}{D_{35}} \right)$$

$$P \cdot \frac{N_{35} - N_{60}}{D_{35}} = 100.000 \cdot \frac{D_{60}}{D_{35}} + 100.000 \cdot \frac{M_{35} - M_{60}}{D_{35}}$$

$$P \cdot (N_{35} - N_{60}) = 100.000 \cdot D_{60} + 100.000 \cdot (M_{35} - M_{60})$$

$$P = \frac{100.000 \cdot (D_{60} + M_{35} - M_{60})}{N_{35} - N_{60}}$$

Zadatak br. 3

$$P = \frac{100.000 \cdot (3.488,749 + 2.986,258 - 1.710,778)}{241.441,5 - 37.333,81}$$

$$P = \frac{100.000 \cdot 4.764,229}{204.107,69}$$

$$P = 2.334$$

b)

$$M = 100.000 \cdot \frac{D_{60}}{D_{35}} + 100.000 \cdot \frac{M_{35} - M_{60}}{D_{35}}$$

$$M = 100.000 \cdot \frac{3.488,749}{14.483,64} + 100.000 \cdot \frac{2.986,258 - 1.710,778}{14.483,64}$$

$$M = 32.893,865$$

Zadatak br. 4

Izračunati visinu godišnje neto premije koju bi osoba stara 50 godina plaćala anticipativno, neposredno privremeno za 5 godina, uz uslov da su prve tri premije jednake a svaka naredna je veća za 5% u odnosu na prethodnu, ukoliko želi da osigura 50.000€ za slučaj doživljenja 70-te godine a funkcija doživljenja je:

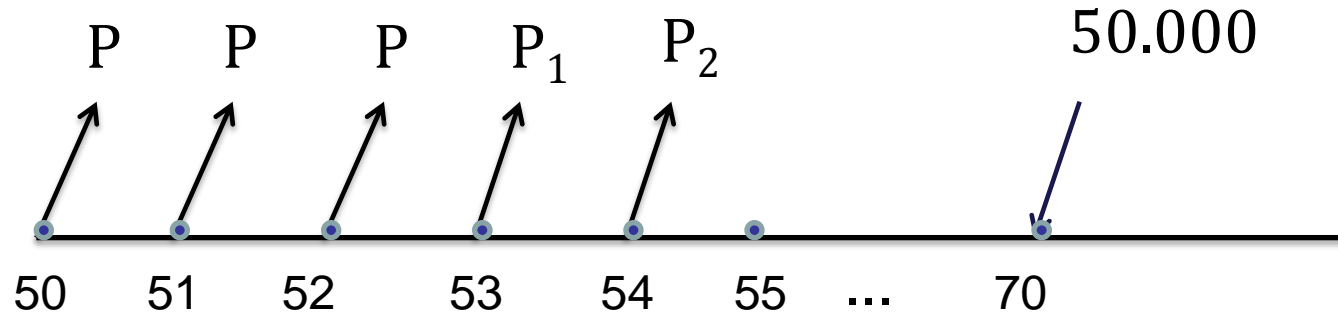
$$l_x = 100.000 \sqrt{1 - \frac{x}{105}}$$

Kamatna stopa je 5%(pa)d.

Rješenje:

Riječ je o osiguranju kapitala za slučaj doživljenja!

Zadatak br. 4



Ovo ne važi!!!

$$x=50$$

$$P_1 = P + 5\% \cdot P = 1,05 \cdot P$$

$$P_2 = P_1 + 5\% \cdot P_1 = 1,05 \cdot P_1 = 1,1025 \cdot P$$

$$q = 1,05$$

$$P \cdot \frac{N_{50} - N_{53}}{D_{50}}$$

$$P + \frac{P}{q} \cdot \frac{l_{51}}{l_{50}} + \frac{P}{q^2} \cdot \frac{l_{52}}{l_{50}} + \frac{1,05 \cdot P}{q^3} \cdot \frac{l_{53}}{l_{50}} + \frac{1,1025 \cdot P}{q^4} \cdot \frac{l_{54}}{l_{50}} = \frac{50.000}{q^{20}} \cdot \frac{l_{70}}{l_{50}}$$

Ovo važi!!!

Zadatak br. 4

$$l_{50} = 100.000 \cdot \sqrt{1 - \frac{50}{105}} = 72.374,68645$$

$$l_{51} = 100.000 \cdot \sqrt{1 - \frac{51}{105}} = 71.713,71656$$

$$l_{52} = 100.000 \cdot \sqrt{1 - \frac{52}{105}} = 71.046,59772$$

$$l_{53} = 100.000 \cdot \sqrt{1 - \frac{53}{105}} = 70.373,15506$$

$$l_{54} = 100.000 \cdot \sqrt{1 - \frac{54}{105}} = 69.693,20524$$

$$l_{70} = 100.000 \cdot \sqrt{1 - \frac{70}{105}} = 57.735,02692$$

Zadatak br. 4

$$P \cdot \left(1 + \frac{1}{q} \cdot \frac{l_{51}}{l_{50}} + \frac{1}{q^2} \cdot \frac{l_{52}}{l_{50}} + \frac{1,05}{q^3} \cdot \frac{l_{53}}{l_{50}} + \frac{1,1025}{q^4} \cdot \frac{l_{54}}{l_{50}} \right) = \frac{50.000}{q^{20}} \cdot \frac{l_{70}}{l_{50}}$$

Kada u prethodnu relaciju uvrstimo izračunate vrijednosti funkcije doživljenja dobijamo:

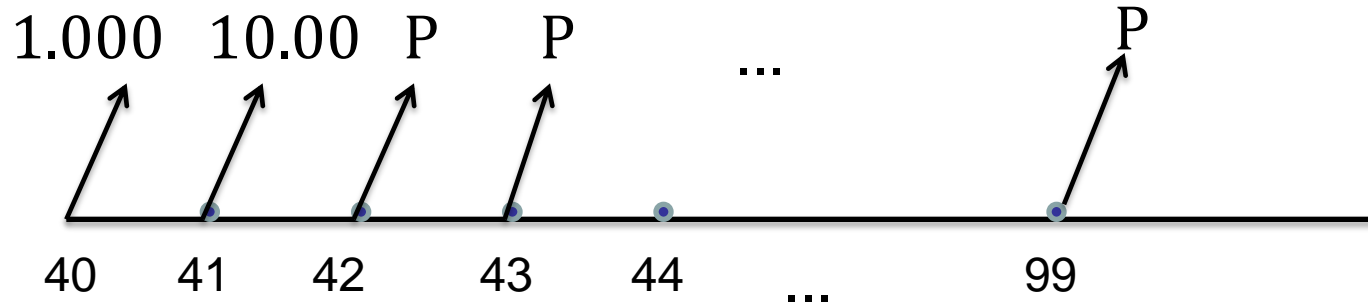
$$P \cdot 4,5894 = 15.032,68996$$

$$P = 3.275,51656$$

Zadatak br. 5

Osoba stara 40 godina osigurala se odloženo (3 godine) doživotno za slučaj smrti i uplatila odmah 1.000€ i početkom naredne godine (ukoliko je doživi) još 1.000€. Koliku bi godišnju neto premiju morala da plaća ova osoba doživotno nakon 2 godine od momenta osiguranja ako želi osigurati kapital od 40.000€?

Zadatak br. 5



$$1.000 + 1.000 \cdot \frac{D_{41}}{D_{40}} + P \cdot \frac{N_{42}}{D_{40}} = 40.000 \cdot \frac{M_{43}}{D_{40}}$$

$$1.000 \cdot D_{40} + 1.000 \cdot D_{41} + P \cdot N_{42} = 40.000 \cdot M_{43}$$

$$P \cdot N_{42} = 40.000 \cdot M_{43} - 1.000 \cdot D_{40} - 1.000 \cdot D_{41}$$

$$P = \frac{40.000 \cdot M_{43} - 1.000 \cdot D_{40} - 1.000 \cdot D_{41}}{N_{42}}$$

$$P = \frac{40.000 \cdot 2.626,423 - 1.000 \cdot 11.139,36 - 1.000 \cdot 10.565,63}{154.347,4} = 540,028$$

Zadatak br. 6

Data je funkcija doživljenja

$$l_x = 100.000 \left(1 - \frac{x^2}{102^2} \right)$$

- a) Naći vjerovatnoću da će od dvije osobe stare 50 i 60 godina obje biti mrtve nakon 10 godina, ako umiru nezavisno jedna od druge.
- b) Kolike 2 rente, početkom 70-te i 71-ve godine će primiti osoba stara 50 godina, ako je odmah uplatila 10.000€ i ako je kamatna stopa 7%?

Zadatak br. 6

a)

$$l_x = 100.000 \left(1 - \frac{x^2}{102^2} \right)$$

Obije mrtve ----- ni jedna živa

A – događaj da osoba stara 50 godina doživi narednih 10 godina;

B – događaj da osoba stara 60 godina doživi narednih 10 godina;

$$\overline{p(A \cup B)} = 1 - p(A \cup B) = 1 - (p(A) + p(B) - p(A)p(B))$$

$$\overline{p(A \cup B)} = 1 - (0,86083 + 0,80894 - 0,69636) = 0,0265$$

Zadatak br. 6

a)

Obije mrtve ----- II način

A – događaj da osoba stara 50 godina **ne** doživi narednih 10 godina;

B – događaj da osoba stara 60 godina **ne** doživi narednih 10 godina;

Sami - za vježbu

b) Slično kao 1. zadatak, samo što je ovdje data jednokratna premija (miza), a renta je nepoznata.

Zadatak br. 7

Osoba stara 50 godina je uplatila 10 premija po 1.000€. Koliki je kapital K osigurala mješovitim osiguranjem, ako želi da u slučaju doživljenja 70-te godine dobije tu sumu (osigurani kapital K), a nasljednici 20% manju sumu kad god to lice umrlo. Kamatna stopa je 5%.

Zadatak br. 7

$$1.000 \frac{N_{50} - N_{60}}{D_{50}} = K \cdot \frac{D_{70}}{D_{50}} + 0,8K \cdot \frac{M_{50}}{D_{50}}$$

$$1.000 \frac{87.508,08 - 37.333,81}{6.463,88} = K \cdot \left(\frac{1.550,79}{6.463,88} + 0,8 \cdot \frac{2.296,666}{6.463,88} \right)$$

$$\Rightarrow 7.762,24 = K \cdot 0,524164$$

$$\Rightarrow K = 14.808,78$$

Zadatak br. 8

Osoba stara 40 godine osigurala je odloženu (10 godina) doživotnu ličnu rentu. Akvizicioni troškovi iznose 9‰ od osigurane sume, upravni troškovi iznose 40‰ od osigurane sume, a inkaso troškovi iznose 0,9% od bruto premije. Odrediti, pa izraziti u promilima osigurane sume jednokratnu bruto premiju.

Zadatok br. 8

$$JB = \frac{JN + x_1 + y}{1 - z}$$

$$x_1 = 9\text{‰} = 0,009$$

$$y = 40\text{‰} = 0,04$$

$$z = 0,9\% = 0,009$$

$$JN = \frac{N_{60}}{D_{50}} = \frac{37.333,81}{6.463,88} = 5,77575$$

$$JB = \frac{5,77575 + 0,009 + 0,04}{1 - 0,009} \cdot 1.000 \text{‰}$$

$$JB = 5,87765 \cdot 1.000 \text{‰} = 5.877,65 \text{‰}$$